

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2006
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 30
B. α. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 142
 β. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 16
Γ. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ

ΘΕΜΑ 2ο

- α.** Έχουμε: $v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 \Leftrightarrow 50 = \alpha + 4 + 5\alpha + 8 + 4\alpha + \alpha - 1 + 2\alpha \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 50 = 13\alpha + 11 \Leftrightarrow 13\alpha = 39 \Leftrightarrow \alpha = 3$
β. Τελικά ο πίνακας γράφεται:

x_i	v_i	$x_i v_i$	N_i
0	7	0	7
1	23	23	30
2	12	24	42
3	2	6	44
4	6	24	50
Σύνολο	50	77	—

Από τη στήλη $x_i v_i$ έχουμε: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{77}{50} = 1,54$

- γ.** Για να υπολογίσουμε τη διάμεσο παίρνουμε τη στήλη αθροιστικών συχνοτήτων N_i . Επειδή το μέγεθος του δείγματος είναι άρτιος αριθμός η διάμεσος είναι ίση με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, της 25^{ης} που αντιστοιχεί στην τιμή 1 και της 26^{ης} που αντιστοιχεί στην τιμή 1 άρα $\delta = \frac{1+1}{2} = 1$.
- δ.** Ορίζουμε το ενδεχόμενο A : ο μαθητής να έχει διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία, άρα $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{2+6}{50} = \frac{8}{50} = 0,16$ ή 16%

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω Ω ο δειγματικός χώρος που αποτελείται από τα αγόρια και τα κορίτσια του χορευτικού ομίλου και τα ενδεχόμενα A : αγόρια και K : κορίτσια. Είναι $N(\Omega) = x + (x+4)^2$, $N(A) = x$, $N(K) = (x+4)^2$, όπου $x \geq 0$.

α. $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{x}{x + (x+4)^2}$.

Πρέπει $0 \leq P(A) \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{x}{x + (x+4)^2} \leq 1$ που ισχύει διότι $x \geq 0$.

β. Είναι $P(A) = \frac{1}{19} \Leftrightarrow \frac{x}{x + (x+4)^2} = \frac{1}{19} \Leftrightarrow 19x = x + (x+4)^2 \Leftrightarrow 19x = x + x^2 + 8x + 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = 8$

• Αν $x=8$ τότε $N(\Omega) = 8 + (8+4)^2 = 152 > 100$ άρα απορρίπτεται

• Αν $x=2$ τότε $N(\Omega) = 2 + (2+4)^2 = 38 < 100$ άρα δεκτό

Συνεπώς $N(\Omega) = 38$ άτομα και $P(K) = \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{36}{38} = \frac{18}{19}$

γ. Έστω $f(x) = \frac{x}{x + (x+4)^2} = \frac{x}{x^2 + 9x + 16}$, $x \geq 0$. Η f είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο

ορισμού της ως ρητή με $f'(x) = \frac{x^2 + 9x + 16 - 2x^2 - 9x}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \frac{-x^2 + 16}{(x^2 + 9x + 16)^2}$, $x \geq 0$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \stackrel{x \geq 0}{\Leftrightarrow} x = 4$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -x^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow x^2 < 16 \stackrel{x \geq 0}{\Leftrightarrow} x < 4$

x	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Η συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο για $x=4$ αγόρια με $P(4) = \frac{4}{68} = \frac{1}{17}$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Για κάθε $x > 0$ έχουμε: $f'(x) = -4x + k + \frac{2}{\sqrt{x}}$. Επειδή η εφαπτομένη στο σημείο

$x_0 = 1$ είναι παράλληλη στον άξονα x ισχύει $f'(1) = 0 \Leftrightarrow -4 + k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Τότε $f(1) = -2 + 2 + 4 + 10 = 14$ και η εξίσωση της εφαπτομένης είναι:

$y = f'(1)(x-1) + f(1) \Leftrightarrow y = 14$

β. Είναι $f'(4) = -16 + 2 + 1 = -13$ οπότε τυπική

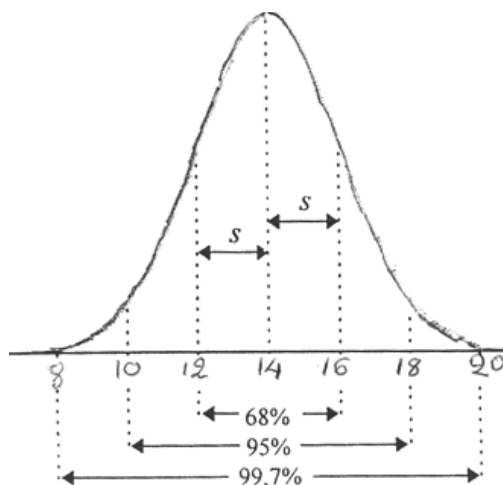
απόκλιση $s = -\frac{2f'(4)}{13} = 2$ και μέση τιμή

$\bar{x} = f(1) = 14$. Η καμπύλη κανονικής κατανομής είναι στο διπλανό σχήμα.

(i) Το 0,15% του δείγματος είναι 3 παρατηρήσεις άρα το μέγεθος του

δείγματος είναι $n = 3 \frac{100}{0,15} = 2000$.

Στο διάστημα (10,16) βρίσκεται το $13,5\% + 68\% = 81,5\%$ του δείγματος, άρα $\frac{81,5 \cdot 2000}{100} = 1630$ παρατηρήσεις



(ii) Έχουμε $CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} > \frac{1}{10}$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές. Αν

προσθέσουμε αριθμό $\alpha > 0$ σε κάθε παρατήρηση τότε το νέο δείγμα έχει μέση τιμή $\bar{y} = \bar{x} + \alpha = 14 + \alpha$ και ίδια τυπική απόκλιση S . Τότε ο

συντελεστής μεταβολής είναι $CV_y = \frac{S}{\bar{y}} = \frac{2}{14 + \alpha}$. Το δείγμα γίνεται

ομοιογενές $CV_y \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{2}{14 + \alpha} \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow 20 \leq 14 + \alpha \Leftrightarrow \alpha \geq 6$ άρα το $\alpha = 6$.

Επιμέλεια απαντήσεων
Ευάγγελος Σακαρικός
Μαθηματικός