

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΘΕΜΑ 1°

- A.** Ας υποθέσουμε ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.
- α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα v_i , που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;
Μονάδες 3
- β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$;
Μονάδες 3
- γ.** Να αποδείξετε ότι:
- i) $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, k$
ii) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$.
Μονάδες 4
- B.1.** Για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
Μονάδες 8
- B.2. α.** Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου A κάποιου δειγματικού χώρου Ω .
Μονάδες 5
- β.** Να δώσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω πιθανοτήτων:
i) $P(\Omega)$ ii) $P(\emptyset)$.
Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x+1}$.

- α.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
Μονάδες 4
- β.** Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.
Μονάδες 4

γ. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της f .

Μονάδες 7

δ. Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της καμπύλης της συνάρτησης f που είναι παράλληλες στην ευθεία $y = 2x + 5$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις παρακάτω τιμές, σε Ευρώ:

8, 10, 13, 13, 15, 16, 18, 14, 14, 9.

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής.

Μονάδες 6

γ. Αν οι τιμές του προϊόντος σε όλα τα καταστήματα υποστούν έκπτωση 10%, να εξετάσετε αν θα μεταβληθεί ο συντελεστής μεταβολής.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με

$$P(A) + P(B) \neq 2P(A \cap B).$$

Δίνεται ακόμα η συνάρτηση:

$$f(x) = (x - P(A \cup B))^3 - (x - P(A \cap B))^3, \quad x \in \mathbb{R}.$$

α. Να δείξετε ότι $P(A \cap B) \neq P(A \cup B)$.

Μονάδες 5

β. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο

$$x = \frac{P(A) + P(B)}{2}.$$

Μονάδες 13

γ. Εάν τα ενδεχόμενα A, B είναι ασυμβίβαστα, να δείξετε ότι

$$f(P(A)) = f(P(B)).$$

Μονάδες 7